

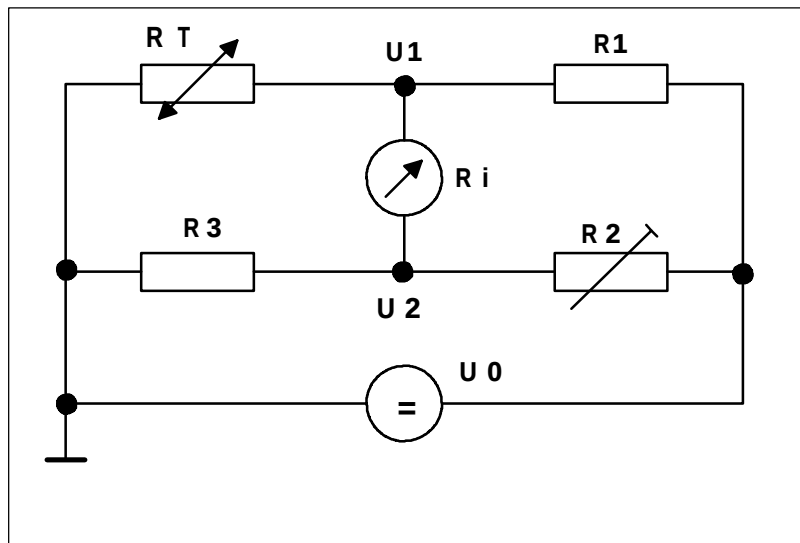
Übungsaufgabe

Brückenschaltung mit Thermistor zur Temperaturmessung

Zur Messung und elektrischen Anzeige der Temperatur eines Mediums, hier Luft, soll eine Brückenschaltung dimensioniert werden.

Ein Brückenzeig soll mit einem Thermistor bestückt werden.

Zur Anzeige dient ein Drehspulinstrument mit Mittel-Null.



Der Widerstand des Thermistors ist mit der Temperatur durch folgende Beziehung verknüpft:

$$R_T = R_{T_0} \exp\left(\frac{b}{T} - \frac{b}{T_0}\right)$$

Gegeben:

Thermistor: Widerstand bei 20 °C : $R_{T_0} = 4.7 \text{ k}\Omega$
 Bandabstand : $b = 3250 \text{ K}$
 Wärmeleitkonstante : $\beta = 0.33 \text{ cm}^2 \times \text{grd/mW}$
 Abmessungen: Durchmesser 1 mm, Länge 10.5 mm
 Wärmewiderstand: $R_{Th} = \beta/F$ (F : Oberfläche)

Widerstände: $R_1 = R_3 = 2.7 \text{ k}\Omega$
 $R_i = 800 \Omega$

Gesucht:

1. Auf welchen Wert ist R_2 abzugleichen, damit die Brücken-Diagonalspannung bei 30 °C zu Null wird ?
2. Wie groß darf die Speisespannung U_0 maximal gewählt werden, damit die Temperaturerhöhung des Thermistors infolge Eigenerwärmung 1 K nicht überschreitet ?
3. Stellen Sie die Anzeigekehllinie für den Temperaturbereich 0 ... 70 °C in Schritten von jeweils 10 Grad dar.

Lösung:

$$R_{T30} = 4.7 \text{ k}\Omega \times \exp\left(\frac{3250}{303} - \frac{3250}{293}\right) = 3.26 \text{ k}\Omega$$

Für $U_1 = U_2$ ist:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{R_1}{R_{T30}} \quad \text{und eingesetzt: } R_2 = \frac{2.7 \times 2.7}{3.26} \text{ k}\Omega = 2.24 \text{ k}\Omega$$

Die Anzeigekeennlinie soll die Abhängigkeit der Spannungsdifferenz $U_1 - U_2$ von der Temperatur darstellen. Zunächst wird die Abhängigkeit von R_T berechnet.

Die Strombilanzen für die Knoten mit dem Potential U_1 und U_2 lauten in Leitwertform:

$$\begin{aligned} U_1 G_T + (U_1 - U_0) G_1 + (U_1 - U_2) G_i &= 0 \\ U_2 G_3 + (U_2 - U_1) G_i + (U_2 - U_0) G_2 &= 0 \end{aligned}$$

Geordnet nach U_1 und U_2 :

$$\begin{aligned} U_1 (G_T + G_1 + G_i) + U_2 (-G_i) &= U_0 G_1 \\ U_1 (-G_i) + U_2 (G_i + G_2 + G_3) &= U_0 G_2 \end{aligned}$$

Determinanten:

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= U_0 [G_1 (G_2 + G_3 + G_i) + G_2 G_i] \\ \Delta_2 &= U_0 [G_2 (G_T + G_1 + G_i) + G_1 G_i] \\ \Delta &= (G_1 + G_T + G_i)(G_2 + G_3 + G_i) - G_i^2 \end{aligned}$$

Die Brückenspannung ist : $U_1 - U_2 = \frac{\Delta_1 - \Delta_2}{\Delta}$ und nach Einsetzen und Umrechnung auf R:
(Jeweils $1/R$ einsetzen und mit allen R erweitern)

$$U_1 - U_2 = U_0 \frac{(R_2 R_T - R_1 R_3) R_i}{R_T (R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3 + R_2 R_i + R_3 R_i) + R_1 (R_2 R_3 + R_2 R_i + R_3 R_i)}$$

Mit den vorgegebenen bzw. bisher errechneten Werten wird:

$$U_1 - U_2 = U_0 \frac{(2.24 R_T - 7.29) \times 0.8}{23.34 R_T + 27} \quad (\text{k}\Omega, \text{ Volt})$$

Diese zugeschnittene Größengleichung kann für die Berechnung der Anzeigekeennlinie benutzt werden.

Zuvor muß noch U_0 so gewählt werden, daß die Eigenerwärmung durch den Stromfluß durch R_T kleiner als 1 K bleibt.

Dazu wird die Wärmebilanz zwischen der Wärmeenergie durch Stromfluß und der an die Umgebung abgegebenen Energie genutzt. P_{ab} ist gleich P_v

$$P_{ab} = \frac{\Delta T}{R_{th}} = \frac{\Delta T \times F}{\beta} \quad P_{ab} = \frac{1 \text{ grd} \times \pi \times 0.1 \text{ cm} \times 1.05 \text{ cm} \times \text{mW}}{0.33 \text{ cm}^2 \times \text{grd}} = 1 \text{ mW}$$

$$P_V = \frac{U_1^2}{R_T} \quad \text{mit} \quad U_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}$$

Auch für U_1 erhält man eine zugeschnittene Größengleichung:

$$\text{Aus: } U_1 = U_0 \frac{\Delta_1}{\Delta} \text{ wird nach Einsetzen } U_1 = U_0 \frac{17.29 R_T}{32.34 R_T + 27} .$$

Um in die Gleichung für P_V einzusetzen und die Ableitung zu bilden, werden die Absolutwerte durch symbolische Konstanten ersetzt (übersichtlicher):

$$U_1 = U_0 \frac{a \times R_T}{b \times R_T + c} \quad \text{und}$$

$$P_V = U_0^2 \frac{a^2 \times R_T}{(b \times R_T + c)^2}$$

Es ist die erste Ableitung nach R_T zu bilden und 0 zu setzen. $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{v \times u' - u \times v'}{v^2}$

$$\frac{\partial P_V}{\partial R_T} = U_0^2 \frac{a^2(b \times R_T + c)^2 - a^2 R_T \times 2(b \times R_T + c) \times b}{(b \times R_T + c)^4} = U_0^2 \frac{a^2 c^2 - a^2 b^2 R_T^2}{(b \times R_T + c)^4}$$

$$\text{Zähler} = 0 : \quad 0 = c^2 - b^2 R_T^2 \quad \text{und} \quad R_{P_V \max} = \frac{c}{b}$$

$$R_{P_V \max} = \frac{27}{23.34} = 1.157 \, \text{k}\Omega$$

(! Die Werte c und b stammen aus einer zugeschnittenen Größengleichung, c ist dimensionslos, b hat die Dimension kOhm!)

Eingesetzt in die Gleichung für P_V und mit $P_V = P_{ab} = 1 \, \text{mW}$ umgestellt nach U_0 :

$$U_0 = \frac{2}{a} \sqrt{b \times c} \qquad U_0 = \frac{2}{17.29} \sqrt{23.34 \times 27} = 2.9 \, \text{V}$$

